# התפלגויות בדידות חשובות

2. – נסיונות עד להצלחה הראשונה

(5) התפלגות בינומית שלילית

X = מספר הכשלונות עד להצלחה הrית(בסדרת ניסויי ברנולי ב"ת בהסתברות p)

יש r הצלחות וk כשלונות, וצריך לבחור מקומות מתוך בשביל למקם את ההצלחות בסדרה:

## מסקנה

נניח . נסמן:  
 = מספר הכשלונות עד להצלחה הראשונה  
 = מספר הכשלונות מההצלחה הראשונה עד לשניה  
   
 = מספר הכשלונות מההצלחה ה(r-1) עד לr.

כל פעם מתחילים מחדש את הניסוי, לכן המשתנים האלה ב"ת.

# דוגמה

נניח שמשחקים במכככונת מזל שיש לה שלושה תאים, כל תא מתפלג באופן ב"ת. הצלחה = הערך 7.

1. כמה נסיונות צריך לעשות, בתוחלת, עד שנקבל 7 בתא השמאלי?

נסמן בX את מספר הנסיונות. ⇦

1. כמה נסיונות צריך לעשות עד ל"הצלחה מלאה" – תוצאה 777?

X=מספר הנסיונות עד להצלחה מלאה. ⇦

1. מה מתפלג בינומית שלילית ?

מספר הנסיונות עד ל777 לו היינו יכולים לנסות כל תא בנפרד.

(6) התפלגות היפרגיאומטרית

בכד יש A כדורים אדומים וB כדורים כחולים.

## דוגמה 1

איך מתפלג מספר הכדורים שצריך להוציא, עם החזרה, עד לאדום הראשון?

הניסויים ב"ת בגלל שכל פעם מחזירים את הכדור, לכן זה מתפלג

## דוגמה 2

כנ"ל, עם החזרה, עד לכדור האדום הרביעי?

## דוגמה 3

מספר האדומים בהוצאה עם החזרה n פעמים מתפלג

נסמן בX את מספר הכדורים האדומים, כשמוציאים n כדורים בלי החזרה.  
נסתכל על הטווח של X. ברור ש. אבל צריך להסתכל גם על מספר הכדורים שיש בכד, לכן מגבלה נוספת היא . סה"כ

נסמן:

כדי לחשב את ההסתברות נתייחס לכדורים כממוספרים:

# מסקנה

### הסבר לשם

למרות השם, אין להתפלגות הזאת שום קשר להתפלגות הגיאומטרית. השם נובע מהדמיון של הסכום הזה לטורי חזקות היפרגיאומטרים.

נניח

*נגדיר:*

*כשמוציאים כדורים בלי החזרה, הסיכוי של כל כדור לצאת אדום הוא זהה. .* ***הם תלויים!*** *אבל בנפרד כל כדור מתפלג ברנולי.*

*את השונות של כל כדור אפשר למצוא בקלות כי זה מתפלג ברנולי. נחשב את השונות המשותפת:*

*. הסיכוי ששניהם יהיו אדומים הוא   
נסמן*

# ניסוח מחדש את התפלגות היפרגיאומטרית

נניח שA,B קבוצות זרות(בגודל ו).  
נניח ש קבוצה מקרית בגודל n.

נסמן , ונשנה את הסיפור

קבוצה נתונה. נניח ש - קבוצה בגודל קבוע   
 קבוצה בגודל קבוע n.

כלומר, החיתוך של שתי תתי קבוצות בגודל קבוע מראש, מתפלג היפרגאומטרית.

נגיד שרוצים לדעת כמה דגים יש באגם. אי אפשר לספור את כולם, אז מוציאים 50, מסמנים אותם, ומחזירים אותם למים. אחרי שבוע, מוציאים עוד חמישים דגים, ורואים ש3 מסומנים.

– מספר הדגים שדגנו בפעם הראשונה – מספר הדגים שדגנו בפעם השניה

ככל שדגים יותר קבוצות, אפשר לחשב את התוחלת בצורה יותר מדוייקת, ולפי זה לקבל קירוב טוב של מספר הדגים באגם.

נניח שבים מישהו שופך ליטר אחד של מים סגולים(מים שהמולקולות שלהם מסומנות בסגול). נותנים לכדור הארץ להתערבב. מוציאים ליטר מהים בתל אביב, וסופרים כמה מולקולות מהם סגולות.

לכן נצפה למצוא בערך מיליארד מולקולות סגולות.